**Matematyka. Plan wynikowy**

**Klasa 1. Zakres podstawowy + rozszerzony**

Wymagania stawiane przed uczniem dzielimy na trzy grupy:

* wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
* wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
* wymagania wykraczające (zawierają w sobie wymagania dopełniające, te zaś zawierają wymagania podstawowe).

**Uczeń powinien otrzymać ocenę:**

**dopuszczającą** – jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 50–75% wymagań podstawowych;

**dostateczną** – jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań podstawowych;

**dobrą** –jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających;

**bardzo dobrą** – jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających;

**celującą** – jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

1. **ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Zbiór. Działania na zbiorach |
| 2. | Zbiory liczbowe. Oś liczbowa |
| 3. | Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych |
| 4. | Przedziały |
| 5. | Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych |
| 6. | Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach |
| 7. | Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych |
| 8. | Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych |
| 9. | *Procenty1)* |
| 10. | *Punkty procentowe1)* |
| 11. | *Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

|  |  |
| --- | --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** | |
| **K P** | |
| **ZBIORY** | |
| Uczeń:   * zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony; | |
| * zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się); | |
| * potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych); | |
| * potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem; | |
| * potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów); | |
| * zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów; | |
| * potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych; | |
| **ZBIORY LICZBOWE** | |
| Uczeń:   * zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych; | |
| * potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N, Z, Q, R-Q; | |
| * zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej; | |
| * potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; | |
| * potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego; | |
| * umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły; | |
| * potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej; | |
| * zna definicję wartości bezwzględnej; | |
| * umie obliczyć wartość bezwzględną liczby; | |
| * potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone; | |
| * zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10); | |
| * potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze; | |
| * potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych; | |
| * potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych; | |
| * zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej; | |
| * potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych; | |
| * zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; | |
| * potrafi porównywać liczby rzeczywiste; | |
| * potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej; | |
| **PRZEDZIAŁY** | |
| Uczeń:   * rozumie pojęcie przedziału; | |
| * rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone; | |
| * zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego; | |
| * potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami; | |
| * potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy; | |
| * potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków; | |
| * potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów; | |
| * potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału; | |
| **RÓWNANIA – NIERÓWNOŚCI** | |
| Uczeń:   * wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą; | |
| * wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą; | |
| * zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą; | |
| * wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym; | |
| * wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową; | |
| * zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności; | |
| * potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych; | |
| * potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych; | |
| **PROCENT** | |
| Uczeń:   * *potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;* | |
| * *potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;* | |
| * *potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;* | |
| * *potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty  i lokaty);* | |
| * *rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;* | |
| * *potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;* | |
| * *potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;* | |
| * *potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;* | |
| * *potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;* | |
| * *potrafi szacować wartości wyrażeń;* | |

|  |  |
| --- | --- |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R D** | |
| **ZBIORY** | |
| Uczeń:   * potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; | |
| * wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów; | |
| * potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów; | |
| * zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach; | |
| * potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych; | |
| * potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R; | |
| **ZBIORY LICZBOWE** | |
| Uczeń:   * zna definicję liczb względnie pierwszych; | |
| * zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera NWD(a,b) ∙ NWW(a, b) = a∙b; | |
| * potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych; | |
| * potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę; | |
| * potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie; | |
| * umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej; | |
| * potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej; | |
| **PRZEDZIAŁY** | |
| Uczeń:   * wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych; | |
| **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI** | |
| Uczeń:   * potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego; | |
| * potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej; | |
| * wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne; | |
| **PROCENT** | |
| Uczeń:   * *rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);* | |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** | |
| **W** | |
| Uczeń:   * potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów; | |
| * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych; | |

**II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Potęga o wykładniku naturalnym |
| 2. | Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej |
| 3. | Działania na wyrażeniach algebraicznych |
| 4. | Wzory skróconego mnożenia stopnia 2. |
| 5. | Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym |
| 6. | Potęga o wykładniku wymiernym |
| 7. | Potęga o wykładniku rzeczywistym |
| 8. | Określenie logarytmu |
| 9. | Zastosowania logarytmów |
| 10. | Zdanie. Zaprzeczenie zdania |
| 11. | Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych |
| 12. | Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia |
| 13. | *Przekształcanie wzorów1)* |
| 14. | Średnie |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

|  |  |
| --- | --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** | |
| **K P** | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| Uczeń:   * zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego; | |
| * rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych; | |
| * potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne; | |
| * potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany; | |
| * obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych; | |
| * sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych; | |
| * potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń; | |
| * zna metodę grupowania wyrazów; | |
| * potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych; | |
| * potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:   (a – b)2 = a2 – 2ab + b2  (a + b)2 = a2 + 2ab + b2  a2 – b2 = (a – b)(a + b) | |
| * wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia; | |
| * potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń); | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| Uczeń:   * potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; | |
| * zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach; | |
| * zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach  w obliczeniach; | |
| * potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; | |
| * potrafi przeprowadzić dowód niewymierności ; | |
| * usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym; | |
| * usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy; | |
| **LOGIKA** | |
| Uczeń:   * potrafi dowodzić proste twierdzenia; | |
| * potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi; | |
| * umie określić wartość logiczną zdania prostego; | |
| * zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego; | |
| * potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład); | |
| * potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego; | |
| * potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań; | |
| * potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych; | |
| * potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań; | |
| * potrafi odróżnić definicję od twierdzenia; | |
| * zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować; | |
| * zna zasadę dowodzenia wprost; | |
| **ŚREDNIE** | |
| Uczeń:   * *potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;* | |
| * zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb; | |
| * zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb; | |
| **LOGARYTMY** | |
| Uczeń:   * zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; | |
| * zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana; | |
| * zna pojęcie logarytmu dziesiętnego; | |
| * zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu; | |
| * potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi; | |
| * potrafi zamienić podstawę logarytmu; | |

|  |  |
| --- | --- |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R D** | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| Uczeń:   * potrafi mnożyć sumy algebraiczne; | |
| * potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji; | |
| * potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia; | |
| * potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów; | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| Uczeń:   * sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; | |
| * sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie; | |
| * sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | |
| * potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias; | |
| * potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; | |
| * potrafi przeprowadzić dowód niewymierności | |
| * porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki; | |
| **LOGIKA** | |
| Uczeń:   * potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost; | |
| * potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost; | |
| * potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem; | |
| * potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem; | |
| * potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem; | |
| * potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe; | |
| * potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne; | |
| * potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji  o wartościach logicznych zdań złożonych; | |
| * zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce; | |
| * potrafi , na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną; | |
| * wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawna oraz odwrotna i przeciwna; | |
| * potrafi negować zdania złożone; | |
| * rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę; | |
| * zna zasadę dowodzenia nie wprost; | |
| * potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych; | |
| * potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności; | |
| **ŚREDNIE** | |
| Uczeń:   * *sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;* | |
| * *potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;* | |
| * stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych; | |
| **LOGARYTMY** | |
| Uczeń:   * zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; | |
| * rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu; | |
| * potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami; | |
| * potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu; | |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń; | |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** | |
| **W** | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| Uczeń:   * potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych; | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| Uczeń:   * potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; | |
| * potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów; | |
| * potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych; | |
| **LOGIKA** | |
| Uczeń:   * potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego; | |
| * potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści; | |
| **LOGARYTMY** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów; | |

**III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji |
| 2. | Wykres funkcji |
| 3. | Dziedzina funkcji liczbowej |
| 4. | Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji |
| 5. | Miejsce zerowe funkcji |
| 6. | Monotoniczność funkcji |
| 7. | Funkcje różnowartościowe |
| 8. | Funkcje parzyste i nieparzyste |
| 9. | Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach |
| 10. | *Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** |
| **K P** |
| Uczeń:   * potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań; |
| * potrafi podać przykład funkcji; |
| * potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym; |
| * potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem; |
| * potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest; |
| * potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach); |
| * potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach); |
| * potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość; |
| * potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym); |
| * potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak: * dziedzina funkcji, * zbiór wartości funkcji, * miejsce zerowe funkcji, * argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji, * wartość funkcji dla danego argumentu, * przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała, * zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne * najmniejszą oraz największą wartość funkcji; |
| * potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych); |
| * potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*; |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R D** |
| Uczeń:   * potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki; |
| * potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących  we wzorze; |
| * potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem; |
| * potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym; |
| * potrafi podać opis matematyczny prostej ­sytu­acji w postaci wzoru funkcji; |
| * potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach; |
| * potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze; |
| * potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach; |
| * potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze; |
| * zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej; |
| * potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji; |
| * potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego; |
| * *rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;* |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| Uczeń:   * potrafi ( na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji; |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji; |

**IV. FUNKCJA LINIOWA**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Proporcjonalność prosta |
| 2. | Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej |
| 3. | Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej |
| 4. | Własności funkcji liniowej – zadania różne |
| 5. | Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych |
| 6. | *Wykresy wybranych funkcji1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** |
| **K P** |
| Uczeń:   * wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą; |
| * potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; |
| * rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej; |
| * zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; |
| * potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej  w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); |
| * potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; |
| * potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); |
| * potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; |
| * potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; |
| * zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór); |
| * potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; |
| * potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; |
| * potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; |
| * potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; |
| * potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); |
| * potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; |
| * potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| * potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R D** |
| Uczeń:   * potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.; |
| * potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu; |
| * potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej; |
| * rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; |
| * *potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;* |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| Uczeń:   * rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |

**V. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi |
| 2 | Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań |
| 3 | Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania |
| 4 | Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników |
| 5 | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań |

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** |
| **K P** |
| Uczeń:   * zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; |
| * wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta; |
| * zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; |
| * zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi; |
| * zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników; |
| * potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi; |
| * potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych; |
| * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych; |
| * zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną; |
| * umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych; |
| * potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego; |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R D** |
| Uczeń:   * potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania; |
| * potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb; |
| * potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych; |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| Uczeń:   * potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania; |
| * potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi; |
| * potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny; |

**VI. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Funkcja kwadratowa |
| 2. | Funkcja kwadratowa – zastosowania |
| 3. | Proporcjonalność odwrotna |
| 4. | Funkcja wykładnicza |
| 5. | Funkcja logarytmiczna |

|  |  |
| --- | --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** | |
| **K P** | |
| **FUNKCJA KWADRATOWA** | |
| Uczeń:   * potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem y = ax2, gdzie a ≠ 0, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu; | |
| * zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej; | |
| * potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; | |
| * potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; | |
| * potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne; | |
| * potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych; | |
| * potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne); | |
| * potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej; | |
| * potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej; | |
| **PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA** | |
| Uczeń:   * zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych; | |
| * wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną; | |
| * potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; | |
| * rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi; | |
| * potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne; | |
| * rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej; | |
| * potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych; | |
| * potrafi narysować wykres funkcji; | |
| * potrafi opisać własności funkcji; | |
| **FUNKCJA WYKŁADNICZA** | |
| Uczeń:   * zna definicję funkcji wykładniczej; | |
| * potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; | |
| * potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; | |
| * potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; | |
| * potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych; | |
| * potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu; | |
| * potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji; | |
| * potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej; | |
| **FUNKCJA LOGARYTMICZNA** | |
| Uczeń:   * zna definicję funkcji logarytmicznej; | |
| * potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; | |
| * potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; | |
| * potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; | |
| * rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną; | |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R D** | |
| **FUNKCJA KWADRATOWA** | |
| Uczeń:   * potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej; | |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową; | |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej. | |
| **PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych; | |
| **FUNKCJA WYKŁADNICZA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej; | |
| **FUNKCJA LOGARYTMICZNA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej; | |
| * posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. | |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** | |
| **W** | |
| **FUNKCJA KWADRATOWA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów; | |
| **PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów; | |
| **FUNKCJA WYKŁADNICZA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych); | |
| **FUNKCJA LOGARYTMICZNA** | |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych). | |

**VII. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona |
| 2. | Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta |
| 3. | Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie |
| 4. | Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie |
| 5. | Twierdzenie Talesa |
| 6. | Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie |
| 7. | Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa |
| 8. | Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie |
| 9. | Przystawanie trójkątów |
| 10. | Podobieństwo trójkątów |
| 11. | Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach |
| 12. | Wektor na płaszczyźnie |

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** |
| **K P** |
| Uczeń:   * zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi; |
| * zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur; |
| * zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; |
| * zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; |
| * zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; |
| * zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów  w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; |
| * rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej; |
| * zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka; |
| * zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; |
| * potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie; |
| * zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; |
| * zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; |
| * zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; |
| * wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie; |
| * zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt; |
| * zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny; |
| * umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; |
| * umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie  – ortocentrum; |
| * zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; |
| * zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; |
| * zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| * zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań; |
| * umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych; |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R D** |
| Uczeń:   * zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; |
| * zna definicję wielokąta; |
| * zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; |
| * wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; |
| * potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; |
| * zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; |
| * zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej  na przeciwprostokątną; |
| * potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów; |
| * potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; |
| * potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków; |
| * potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzysta­niem innych, wcześniej poznanych własności; |
| * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; |
| * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |
| * potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej  (tw. Pitagorasa, tw. Talesa); |
| * zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych); |
| * wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; |
| * potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; |
| * zna prawa dotyczące działań na wektorach; |
| * potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| * zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; |
| * umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia; |
| * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej  na przeciwprostokątną; |
| * potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii; |

**VIII. TRYGONOMETRIA KĄTA OSTREGO**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym |
| 2. | Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30o, 45o, 60o |
| 3. | Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego |

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA PODSTAWOWE** |
| **K P** |
| Uczeń:   * zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; |
| * potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; |
| * potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych  za pomocą kalkulatora); |
| * potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; |
| * zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°; |
| * potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; |
| * zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; |
| * potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; |
| **WYMAGANIA DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R D** |
| Uczeń:   * potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; |
| * potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; |
| * potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; |
| * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; |

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| Uczeń:   * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów  i metod. |

*Opracowanie: Dorota Nowak – nauczyciel matematyki w Publicznym Liceum Ogólnokształcącym   
nr 8 w Opolu; konsultant matematyki; były doradca metodyczny;   
współautorka licznych materiałów edukacyjnych dla nauczycieli matematyki*